

Международный флешмоб по математике «Задача дня»

Уважаемые организаторы флешмоба!

Мы предлагаем вам познакомиться с примерами задач, решение которых легко проверить. Они могут помочь вам при подборе задачи или для проведения традиционного события ИМС «Учусь учиться» – флешмоба по математике «Задача дня», которое состоится **23 ноября 2023 года**.

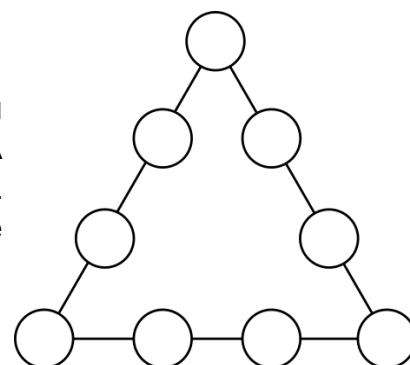
7 класс

Задача «Как Вася и Бася соревновались»

(по мотивам № 407 из 1 части учебника математики 7 класса Л.Г. Петерсон и № 5 Пирожное «Пентаминошка» Занятия 3 пособия «Математический театр» III ступень)

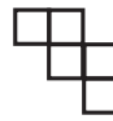
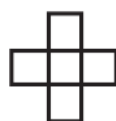
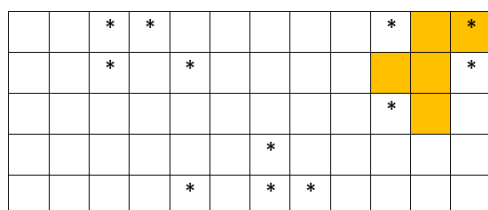
Собрались как-то Вася и Бася выяснить, кто из них лучше головоломки разгадывает.

- 1) Нарисовал Вася круги на сторонах треугольника и сказал: «Давай посоревнуемся, кто быстрее в круги расставит цифры от 1 до 9 так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 20». «А если у задачи несколько решений?» - Спросил Бася. «Тогда кто больше решений найдет.» Но там же много решений, долго писать. «Тогда давай считать, если в двух вариантах решения набор чисел в углах совпадает, то варианты одинаковые.» «Принимаю вызов!»



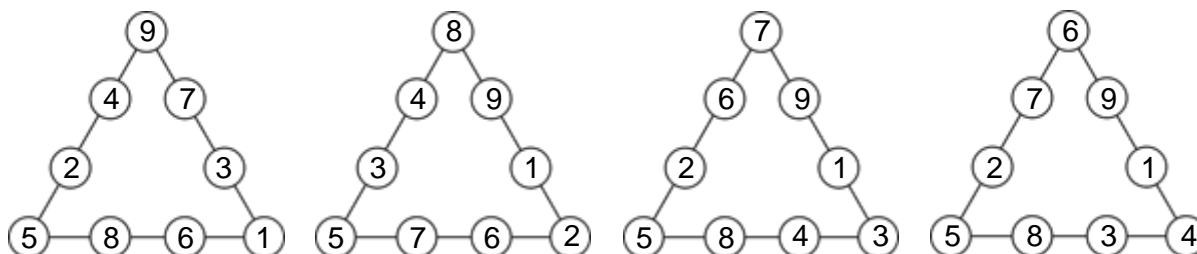
- А) Найди какой-нибудь вариант решения задачи
- Б) Найди как можно больше решений.

- 2) Теперь Бася предложил Васе головоломку:
 «В прямоугольной коробке лежали 12 пятиклеточных фигурок пентамино. Но однажды коробка упала, и все фигурки, кроме одной, высыпались. Хорошо, что на дне остались звёздочки. Как можно уложить в коробку 11 фигурок пентамино, если каждую звёздочку закрывает ровно одна фигурка?»

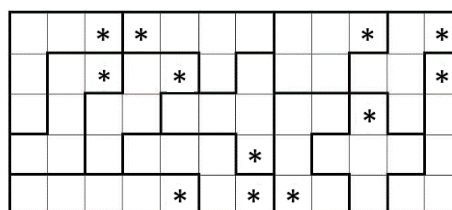


Подробный образец (карточки для организации самопроверки)

1) Подробный образец для самопроверки (с точностью до поворотов треугольников и перестановки чисел внутри каждой стороны):



2) Подробный образец для самопроверки:



Разбор задачи по ролям

Предлагаем для разбора задачи с учащимися использовать метод ролей. Для вхождения в тему **немного теории**:

Метод ролей – метод работы над задачей, при котором дети играют **роли мыслителя**, т.е. перевоплощаются в персонажей, которые помогают достичь цели каждого этапа решения задачи.

- 1 этап: анализ текста задачи успешно выполняют ФОТОГРАФ и РАЗВЕДЧИК;
- 2 этап: построение модели задачи легче пройдет в роли ПЕРЕВОДЧИКА;
- 3 этап: составление плана решения поможет сделать НАВИГАТОР;
- 4 этап: осуществление плана решения лучше всех сделает МАСТЕР;
- 5 этап: выполнение проверки решения — это роль ЭКСПЕРТА;
- 6 этап: получение ответа и формулировка выводов — компетенция МАГИСТРА.

Роль	Ключи	Вариант проигрывания роли
ФОТОГРАФ	КАРТИНКА	Я увидел 9 чисел, которые надо вписать в 9 кругов, расположенных вдоль сторон треугольника.
	УСЛОВИЕ ВОПРОС	Даны цифры от 1 до 9. Их надо вписать в круги вдоль сторон треугольника. Суммы чисел на каждой стороне треугольника равны 20. Вопрос: как расставить цифры в круги?
РАЗВЕДЧИК	ВЗАИМОСВЯЗИ	Сумма 4-х чисел вдоль каждой стороны треугольника равна 20. Таких сумм 3. Каждые 2 суммы имеют по одному общему числу, значит во всех трёх суммах три числа в вершинах треугольника повторяются по 2 раза.

	ИДЕИ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	Сравнить сумму чисел от 1 до 9 с суммой сумм чисел вдоль каждой стороны треугольника.
ПЕРЕВОДЧИК	МОДЕЛЬ (известная или своя)	<p>Отмечу буквами неизвестные числа.</p> $(a+b+c+d)+(d+e+f+g)+(g+m+n+a)$ $- \underline{a+b+c+d+e+f+g+m+n}$ $d+g+a$
НАВИГАТОР	ПРАВИЛА СВОЙСТВА ПОДХОД	Я знаю способ «подсчёт двумя способами» суммы.
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	Сначала найти сумму сумм чисел вдоль сторон треугольника, затем сумму данных чисел от 1 до 9, потом найти их разность. Полученное число будет суммой чисел в вершинах треугольника d+g+a. Зная эту сумму, перебором подобрать такие тройки чисел, расставить их в вершины и подобрать числа вдоль сторон треугольника.
МАСТЕР	РЕШЕНИЕ ОФОРМЛЕНИЕ	<p>Запишу сразу выражением: $20 \cdot 3 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 60 - 45 = 15$ – сумма чисел в вершинах треугольника.</p> <p>$15 = 9 + 5 + 1 = 9 + 4 + 2 = 8 + 6 + 1 = 8 + 5 + 2 = 8 + 4 + 3 = 7 + 6 + 2 = 7 + 5 + 3 = 6 + 5 + 4$ – всего 8 вариантов.</p> <p>Далее подбираем: $20 - (9 + 5) = 6 = 2 + 4$, $20 - (9 + 1) = 10 = 3 + 7$ Остались числа 8 и 6 $20 - (5 + 1) = 14 = 8 + 6$ Нашли первое решение.</p> <p>Аналогично рассуждая, найдём другие решения. В 4 случаях решение есть, в остальных – нет.</p>
ЭКСПЕРТ	ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ	<p>А) Провожу проверку на соответствие найденного решения условиям задачи: все 9 чисел вписаны в круги, суммы вдоль каждой стороны равны 20 в каждом треугольнике (вычисления устные). Задача решена верно.</p> <p>Б) Провожу проверку на соответствие всех найденных решений условиям задачи. Задача решена верно.</p>

МАГИСТР	ВЫВОДЫ	В задаче не предполагается найти все решения, поэтому в пункте А) засчитывается любой из правильных вариантов решения, а в пункте Б) решение тем лучше (получит больше баллов), чем больше верных вариантов решения найдено.
---------	--------	--

Разбор задачи 2) по ролям

Роль	Ключи	Вариант проигрывания роли																																																												
ФОТОГРАФ	КАРТИНКА	Я работаю в фирме «Развивающие игрушки» и пишу инструкции по сборке детских конструкторов. Из 12 пятиклеточных фигур (пентамино) 1 стоит на месте, нужно уложить ещё 11.																																																												
	УСЛОВИЕ ВОПРОС	Дано: 11 фигур, каждую звёздочку закрывает ровно одно пентамино. Уложить 11 фигур без наложений и промежутков.																																																												
РАЗВЕДЧИК	ВЗАИМОСВЯЗИ	Для некоторых звёздочек можно однозначно понять, какими фигурками они покрыты.																																																												
	ИДЕИ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	Найти «узкое место» и поместить туда фигуру.																																																												
ПЕРЕВОДЧИК	МОДЕЛЬ (известная или своя)	Заменим для удобства перебора звёздочки буквами. Также пронумеруем натуральными числами некоторые пустые клетки (те, которые пригодятся при переборе). <table><tr><td></td><td></td><td>В</td><td>Е</td><td>16</td><td>17</td><td>10</td><td></td><td></td><td>Ё</td><td></td><td>И</td></tr><tr><td></td><td></td><td>Б</td><td></td><td>К</td><td>8</td><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Ж</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>11</td><td>13</td><td>Л</td><td></td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>15</td><td>4</td><td></td><td></td><td>Д</td><td>12</td><td></td><td>14</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>А</td><td></td><td>Г</td><td>М</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>			В	Е	16	17	10			Ё		И			Б		К	8	9					Ж					5	6	7	11	13	Л			2	3	15	4			Д	12		14			1				А		Г	М				
		В	Е	16	17	10			Ё		И																																																			
		Б		К	8	9					Ж																																																			
				5	6	7	11	13	Л																																																					
2	3	15	4			Д	12		14																																																					
1				А		Г	М																																																							
НАВИГАТОР	ПРАВИЛА СВОЙСТВА ПОДХОД	Использую принцип «узких мест» и метод перебора.																																																												
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	Последовательно находить звёздочку, для которой однозначно можно восстановить, какая фигурка её покрывает.																																																												
МАСТЕР	РЕШЕНИЕ ОФОРМЛЕНИЕ	Найдём «узкое место». Посмотрим на клетку 1. Она может быть только в пентамино с буквой А. Восстанавливаем фигурку. Клетка 2 может быть только в фигурке с буквой Б. Клетка 3 – тоже (иначе в левом верхнем углу останутся изолированные клетки). Исходя из этого однозначно подбираются фигурки, покрывающие буквы В и Г.																																																												

Клетка **15** в одной фигурке либо с буквой Е, либо с К

Пусть в одной фигурке с Е.

Клетка **4** не может быть в одной фигурке с Г (тогда образуется уже использованная фигурка) и в одной фигурке с Д (тогда буква Г окажется изолированной). Значит, клетка **4** лежит в одной фигурке с К. Клетка **16** тоже лежит в одной фигурке с К. Тогда определяется фигурка, покрывающая букву К.

		В	Е	16	17	10		Ё	И
		Б		К	8	9			Ж
				5	6	7	11	13	Л
2	3	15	4			Д	12	14	
1				А		Г	М		

Клетка **17** может лежать лишь в одной фигурке с буквой Д. Но все фигурки, содержащие клетку **17** и Д одновременно, уже встречались в разбиении, поэтому случай не подходит.

Значит, клетка **15** в одной фигурке с буквой К, тогда фигурка восстанавливается однозначно (см. рис).

Клетка **4** в этом случае может лежать лишь с буквой Г (если с Д, то буква Г не будет покрыта)

		В	Е		10		Ё		И
		Б		К	8	9			Ж
				5	6	7	11	13	Л
2	3	15	4			Д	12	14	
1				А		Г	М		

Клетка **5** – с буквой Д. Тогда клетки **6** и **7** – тоже.

Клетка **8** (одновременно с **5**, **6**, и **7**) не может покрывать клетку Д (иначе получится фигурка, которая покрывает букву И). Значит, **8** лежит в одной фигурке с клеткой Е.

Восстанавливаем оставшуюся клетку фигуры, покрывающей клетку Е. Это не **9** (иначе будет уже использованная фигура, как на клетке с буквой Г), значит, это клетка **10**.

Восстанавливаем фигуру, покрывающую клетку Д.

Это не **11** и не **12**

(иначе будет уже использованная

фигура с клеток с буквой Г или Е).

Значит, это клетка **9**.

		В	Е		10		Ё		И
		Б		К	8	9			Ж
				5	6	7	11	13	Л
2	3		4			Д	12	14	
1				А		Г	М		

Где может оказаться пентамино в форме знака «+»? Единственная буква (из свободных), которую она может покрыть – буква Л. Центр фигурки при этом может оказаться либо в клетке **13**, либо в клетке **14**. Но в первом случае не получится покрыть букву Ё. Отсюда определяется фигурка, покрывающая букву Л, этим определена и фигурка, покрывающая букву Ж. В конце

		<p>раскладываются две оставшиеся фигурки, покрывающие буквы М и Ё.</p> 
ЭКСПЕРТ	ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ	<p>Полученное разрезание:</p>  <p>Проверка показала, что все фигуры вошли в коробку, каждая содержит по 1 звёздочке. Задача решена правильно.</p>
МАГИСТР	ВЫВОДЫ	Помог принципа «узких мест» и метод перебора.

Желаем успехов в проведении праздника красивой задачи!

Ждём ваших фотографий и видеороликов в соцсетях под хештегом
 #ЗадачаДня2023 #ЗадачаПетерсон2023 !