

Международный флешмоб по математике

«Задача дня»

4 класс

ПОКРЫТИЕ КВАДРАТА

У Ани есть набор одинаковых пятиклеточных фигур (см. рисунок 2). Учитель дал ей задание покрыть некоторыми из этих фигур клетчатую доску размером 5×5 (см. рисунок 1). Границы фигуры должны располагаться по линиям сетки, также фигуры можно поворачивать, и они могут накладываться друг на друга. Помоги Ане справиться с задачей, используя как можно меньше фигур.

а) Покажи, как у тебя получилось покрыть доску. Сколько фигур на твоей картинке?

б) Попробуй доказать, почему меньшим количеством пятиклеточных фигур обойтись не получится.

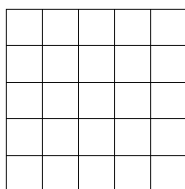


Рисунок 1.

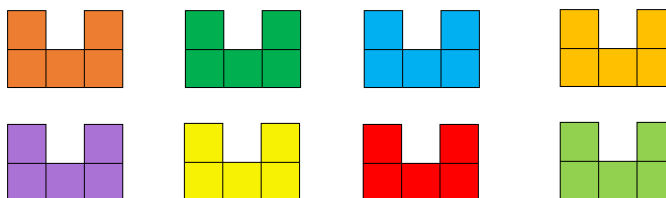


Рисунок 2

РАЗБОР ЗАДАНИЯ

Хватит 6 фигур. Приведем пример их возможного расположения и докажем, что меньшим числом фигур обойтись не удастся.

Внимание! Ход рассуждений ученика может отличаться от изложенного ниже.

Выделим несколько частей (этапов) решения задачи.

Часть 1. Выделение элементарных условий и требований задачи.

Часть 2. Анализ условия задачи.

Часть 3. Оценка (доказательство того, что меньшим количеством фигур покрыть квадрат не получится).

Часть 4. Пример замощения квадрата.

Рассмотрим выполнение каждой части решения.

Часть 1. Выделим элементарные условия и требования задачи. (Это роль **ФОТОГРАФА**).

Элементарные условия задачи.

- 1) Есть несколько фигурок из 5 клеток в форме «скобки».
- 2) Также есть клетчатый квадрат 5×5 .
- 3) Нужно расположить несколько фигур границами по линиям сетки квадрата.
- 4) При этом фигуры можно поворачивать и переворачивать

- 5) Каждая клетка квадрата должна быть покрыта какой-то фигурой (возможно, несколькими).

Требования задачи.

- 1) Придумать вариант покрытия квадрата, используя при этом как можно меньшее число фигурок.
- 2) Объяснить, почему обойтись меньшим числом фигурок не получится.

Часть 2. Проведем анализ условия задачи. (Это роль **РАЗВЕДЧИКА**).

Заметим, что в каждой фигуре 5 клеток. Покрыть нужно все клетки доски $5 \times 5 = 25$ клеток, то есть 25 клеток, причем некоторые клетки могут быть покрыты несколько раз. Значит, понадобится не менее 5 фигур.

Дальнейший план действий (Составляет план решения **НАВИГАТОР**):

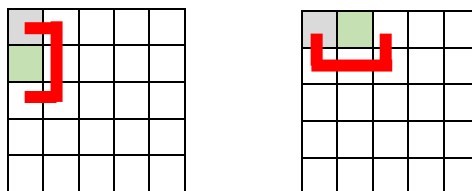
- 1) Сначала докажем, что доску нельзя покрыть менее, чем 6 фигурками.
- 2) Затем приведем пример того, как покрыть доску 6 фигурками
- 3) В конце сделаем вывод, что наименьшее возможное количество — **6 фигурок**.

Часть 3. Приведем оценку (доказательство того, что меньшим числом фигур покрыть квадрат не получится).

- 1) Уже поняли, что меньше 5 фигурок быть не может.
- 2) Если фигур будет ровно 5, чтобы покрыть все клетки, нужно не меньше 5 фигур. Если будет 5 фигур, то чтобы покрыть ими всю доску, нужно каждую клетку покрыть один раз. Действительно, если какая-то клетка будет покрыта больше одного раза, то на какую-то клетку фигур уже не хватит. В этом случае квадрат должен быть разделен (разрезан) на пятиклеточные «скобки».
- 3) Рассмотрим угловую клетку квадрата (закрасим ее серым). Она, как и каждая клетка доски, должна быть покрыта одной из фигур. Выделим в этой фигуре 3 типа клеток: клетки типа 1, клетки типа 2, и клетка типа 3 (см рисунок):

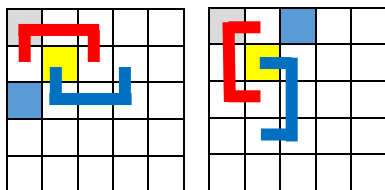
1		1
2	3	2

4.1) Как можно покрыть угол клеткой типа 1 (два симметричных друг другу варианта):



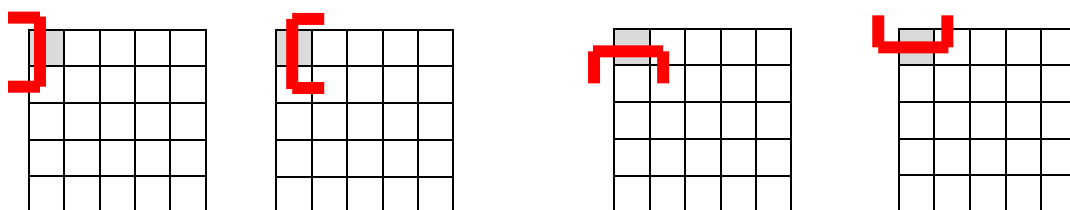
Покрытие серой клетки клеткой 1 не дает разрезания (зеленую клетку покрыть нельзя)

4.2) Как можно покрыть угол клеткой типа 2 (два симметричных друг другу варианта):



Покрытие серой клетки клеткой 2 не дает разрезания: тогда на каждой картинке желтую клетку можно покрыть только одним способом, но тогда синюю клетку на этой картинке никакой фигуркой (без наложения на другие фигурки) покрыть нельзя.

4.3) Покрыть угол клеткой типа 3 нельзя, так как при всех расположениях фигурки центральной клеткой на углу доски часть клеток окажется вне доски.

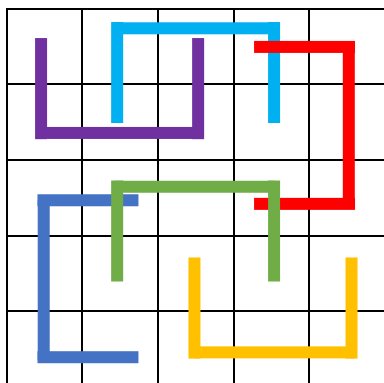


5) Ни в каком из случаев разрезать квадрат на фигурки не получилось. Значит, покрыть его 5 фигурками нельзя.

Часть 4. Приведем **пример** покрытия 6 фигурами. (Это роль **МАСТЕРА**).

Внимание! Ученики не должны объяснять в решении, как они получили подходящий пример, но желательно, чтобы они умели пояснять, почему этот пример подходит. Мы приведем **один возможный пример** (слайд 20) и пояснение, почему он подходит. Существуют и другие примеры. Отдельно мы их не приводим, но каждый из них можно проверить на **соответствие условиям** задачи (слайд 22).

Для того, чтобы пример проще было воспринимать, пятиклеточные фигуры на нем схематично обозначены не клетчатыми фигурами, а тонкими «скобками».



(Оценивает подходит ли пример под все условия задачи **ЭКСПЕРТ**).

Пример подходит, так как на нём каждая клетка покрыта хотя бы одной фигуркой

(Выводы по задаче делает **МАГИСТР**).

Вывод

Так как меньше, чем 6 фигурками обойтись не получится, а пример покрытия 6 фигурками существует, значит, минимальное количество фигурок, которыми можно покрыть доску — **6**.

Примечание: если учащиеся покрыли все клетки квадрата большим количеством фигурок (7 или 8), это тоже считать продвижением по задаче!

Желаем успехов!

Делитесь своими фотографиями и видеороликами в соцсетях!